Prof. Dr. Alfred Toth

Zahlenfolgen semiotischer (4, 3)-Relationen

1. In Toth (2026a) hatten wir reflektorische Zeichenrelationen und ihre Kompositionsschemata mit Hilfe der gruppentheoretischen Semiotik (vgl. Toth 2009) definiert. Im folgenden transformieren wir die 81 semiotischen (4, 3)-Relationen (vgl. Toth 2026b) in die drei Systeme der drei semiotischen Gruppen.

2. Die 81 (4, 3)-Zeichenrelationen

2.1. Die Gruppe (PZ, $\circ_2$)

(PZ, $\circ_2$) wurde bereits von Bogarín (1992) als Gruppe nachgewiesen, nachdem Bense kurz darauf hingewiesen hatte, dass "die kleine semiotische Matrix […] der Cayleyschen Gruppentafel entspricht" (1986, S. 43).

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_2 1 = 3$; $1 \circ_2 2 = 2 \circ_2 1 = 1$; $1 \circ_2 3 = 3 \circ_2 1 = 2$; $2 \circ_2 2 = 2$; $2 \circ_2 3 = 3 \circ_2 2 = 3$; $3 \circ_2 3 = 1$.

2. Assoziativität: $1 \circ_2 (2 \circ_2 3) = (1 \circ_2 2) \circ_2 3 = 2$; $2 \circ_2 (3 \circ_2 2) = (2 \circ_2 3) \circ_2 2 = 3$, $3 \circ_2 (3 \circ_2 1) = (3 \circ_2 3) \circ_2 1 = 3$, usw.

3. Einselement: $1 \circ_2 2 = 2 \circ_2 1 = 1$; $2 \circ_2 2 = 2$; $3 \circ_2 2 = 2 \circ_2 3 = 3$, d.h. e = 2.

4. Inverses Element: $1^{-1} = 3$, denn $1 \circ_2 3 = 2$; $2^{-1} = 2$ = const., $3^{-1} = 1$, denn $3 \circ_2 1 = 2$.

3 3 3 3	2 3 3 3	1 3 3 3
3 3 3 2	2 3 3 2	1 3 3 2
3 3 3 1	2 3 3 1	1 3 3 1
3 3 2 3	2 3 2 3	1 3 2 3
3 3 2 2	2 3 2 2	1 3 2 2
3 3 2 1	2 3 2 1	1 3 2 1
3 3 1 3	2 3 1 3	1 3 1 3
3 3 1 2	2 3 1 2	1 3 1 2
3 3 1 1	2 3 1 1	1 3 1 1

3 2 3 3	2 2 3 3	1 2 3 3

3 2 3 2	2 2 3 2	1 2 3 2
3 2 3 1	2 2 3 1	1 2 3 1
3 2 2 3	2 2 2 3	1 2 2 3
3 2 2 2	2 2 2 2	1 2 2 2
3 2 2 1	2 2 2 1	1 2 2 1
3 2 1 3	2 2 1 3	1 2 1 3
3 2 1 2	2 2 1 2	1 2 1 2
3 2 1 1	2 2 1 1	1 2 1 1

3 1 3 3	2 1 3 3	1 1 3 3
3 1 3 2	2 1 3 2	1 1 3 2
3 1 3 1	2 1 3 1	1 1 3 1
3 1 2 3	2 1 2 3	1 1 2 3
3 1 2 2	2 1 2 2	1 1 2 2
3 1 2 1	2 1 2 1	1 1 2 1
3 1 1 3	2 1 1 3	1 1 1 3
3 1 1 2	2 1 1 2	1 1 1 2
3 1 1 1	2 1 1 1	1 1 1 1

2.2. Die Gruppe (PZ, $\circ_1$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_1 1 = 2$; $1 \circ_1 2 = 2 \circ_1 1 = 3$; $1 \circ_1 3 = 3 \circ_1 1 = 1$; $2 \circ_1 2 = 1$; $2 \circ_1 3 = 3 \circ_1 2 = 2$; $3 \circ_1 3 = 3$.

2. Assoziativität: $1 \circ_1 (2 \circ_1 3) = (1 \circ_1 2) \circ_1 3 = 2$; $2 \circ_1 (3 \circ_1 2) = (2 \circ_1 3) \circ_1 2 = 1$, $3 \circ_1 (3 \circ_1 1) = (3 \circ_1 3) \circ_1 1 = 1$, usw.

3. Einselement: $1 \circ_1 3 = 3 \circ_1 1 = 1$; $2 \circ_1 3 = 3 \circ_1 2 = 2$; $3 \circ_1 3 = 3$, d.h. $e = 3$.

4. Inverses Element: $1^{-1} = 2$, denn $1 \circ_1 2 = 3$; $2^{-1} = 1$, denn $2 \circ_1 1 = 3$; $3^{-1} = 3 = \text{const.}$

2 2 2 2	1 2 2 2	3 2 2 2
2 2 2 1	1 2 2 1	3 2 2 1

2 2 2 3	1 2 2 3	3 2 2 3
2 2 1 2	1 2 1 2	3 2 1 2
2 2 1 1	1 2 1 1	3 2 1 1
2 2 1 3	1 2 1 3	3 2 1 3
2 2 3 2	1 2 3 2	3 2 3 2
2 2 3 1	1 2 3 1	3 2 3 1
2 2 3 3	1 2 3 3	3 2 3 3

2 1 2 2	1 1 2 2	3 1 2 2
2 1 2 1	1 1 2 1	3 1 2 1
2 1 2 3	1 1 2 3	3 1 2 3
2 1 1 2	1 1 1 2	3 1 1 2
2 1 1 1	1 1 1 1	3 1 1 1
2 1 1 3	1 1 1 3	3 1 1 3
2 1 3 2	1 1 3 2	3 1 3 2
2 1 3 1	1 1 3 1	3 1 3 1
2 1 3 3	1 1 3 3	3 1 3 3

2 3 2 2	1 3 2 2	3 3 2 2
2 3 2 1	1 3 2 1	3 3 2 1
2 3 2 3	1 3 2 3	3 3 2 3
2 3 1 2	1 3 1 2	3 3 1 2
2 3 1 1	1 3 1 1	3 3 1 1
2 3 1 3	1 3 1 3	3 3 1 3
2 3 3 2	1 3 3 2	3 3 3 2
2 3 3 1	1 3 3 1	3 3 3 1
2 3 3 3	1 3 3 3	3 3 3 3

2.3. Die Gruppe (PZ, $\circ_3$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_3 1 = 1$; $1 \circ_3 2 = 2 \circ_3 1 = 2$; $1 \circ_3 3 = 3 \circ_3 1 = 3$; $2 \circ_3 2 = 3$; $2 \circ_3 3 = 3 \circ_3 2 = 1$; $3 \circ_3 3 = 2$.

2. Assoziativität: $1 \circ_3 (2 \circ_3 3) = (1 \circ_3 2) \circ_3 3 = 1$; $2 \circ_3 (3 \circ_3 2) = (2 \circ_3 3) \circ_3 2 = 2$, $3 \circ_3 (3 \circ_3 1) = (3 \circ_3 3) \circ_3 1 = 2$, usw.

3. Einselement: $1 \circ_3 1 = 1$; $2 \circ_3 1 = 1 \circ_3 2 = 2$; $3 \circ_3 1 = 1 \circ_3 3 = 3$, d.h. e = 1.

4. Inverses Element: $1^{-1} = 1$ = const., $2^{-1} = 3$, denn $2 \circ_3 3 = 1$, $3^{-1} = 2$, denn $3 \circ_3 2 = 1$.

1 1 1 1	3 1 1 1	2 1 1 1
1 1 1 3	3 1 1 3	2 1 1 3
1 1 1 2	3 1 1 2	2 1 1 2
1 1 3 1	3 1 3 1	2 1 3 1
1 1 3 3	3 1 3 3	2 1 3 3
1 1 3 2	3 1 3 2	2 1 3 2
1 1 2 1	3 1 2 1	2 1 2 1
1 1 2 3	3 1 2 3	2 1 2 3
1 1 2 2	3 1 2 2	2 1 2 2

1 3 1 1	3 3 1 1	2 3 1 1
1 3 1 3	3 3 1 3	2 3 1 3
1 3 1 2	3 3 1 2	2 3 1 2
1 3 3 1	3 3 3 1	2 3 3 1
1 3 3 3	3 3 3 3	2 3 3 3
1 3 3 2	3 3 3 2	2 3 3 2
1 3 2 1	3 3 2 1	2 3 2 1
1 3 2 3	3 3 2 3	2 3 2 3
1 3 2 2	3 3 2 2	2 3 2 2

1 2 1 1	3 2 1 1	2 2 1 1
1 2 1 3	3 2 1 3	2 2 1 3
1 2 1 2	3 2 1 2	2 2 1 2
1 2 3 1	3 2 3 1	2 2 3 1
1 2 3 3	3 2 3 3	2 2 3 3
1 2 3 2	3 2 3 2	2 2 3 2
1 2 2 1	3 2 2 1	2 2 2 1
1 2 2 3	3 2 2 3	2 2 2 3
1 2 2 2	3 2 2 2	2 2 2 2

Literatur

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Bogarin, Jorge, Symplerosis. Über komplementäre Zeichen und Realitäten. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 87-94

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Reflexion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2026a

Toth, Alfred, Die 81 (4, 3)-Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2026b

6.4.2026